

СПЕЦИФИКАЦИЯ
экзаменационных материалов для проведения в 2023 году
государственного выпускного экзамена по образовательным
программам основного общего образования (письменная форма)
по МАТЕМАТИКЕ

1. Назначение экзаменационной работы

Государственный выпускной экзамен (ГВЭ) представляет собой форму государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования, проводимой в целях определения соответствия результатов освоения обучающимися образовательных программ основного общего образования соответствующим требованиям федерального государственного образовательного стандарта. ГВЭ проводится для обучающихся, осваивающих образовательные программы основного общего образования в специальных учебно-воспитательных учреждениях закрытого типа, а также в учреждениях, исполняющих наказание в виде лишения свободы, а также для обучающихся, экстернов с ограниченными возможностями здоровья, обучающихся, экстернов – детей-инвалидов и инвалидов, осваивающих образовательные программы основного общего образования.

ГВЭ проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации» и Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования, утверждённым приказом Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 (зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018, регистрационный № 52953).

2. Документы, определяющие содержание экзаменационной работы

Содержание экзаменационной работы определяется на основе федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 17.12.2010 № 1897) с учётом Примерной основной образовательной программы основного общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 08.04.2015 № 1/15)).

В экзаменационной работе обеспечена преемственность проверяемого содержания с федеральным компонентом государственного образовательного стандарта основного общего образования (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования»).

3. Виды экзаменационной работы ГВЭ-9 по математике (письменная форма)

Экзаменационные материалы по математике для ГВЭ-9 в письменной форме разрабатываются для обучающихся без ОВЗ и разных категорий обучающихся с ОВЗ.

1. Экзаменационные материалы, маркированные литерой «А» (100-е номера вариантов) – для участников ГВЭ-9 без ОВЗ и обучающихся с ОВЗ (глухих, позднооглохших; слабослышащих; с тяжёлыми нарушениями речи; с нарушениями опорно-двигательного аппарата; с расстройствами аутистического спектра; иных категорий участников ГВЭ, которым требуется создание специальных условий (с диабетом, онкологическими заболеваниями, астмой и др.)).

2. Экзаменационные материалы, маркированные литерой «С» (300-е номера вариантов) – для слепых обучающихся, слабовидящих и поздноослепших обучающихся, владеющих шрифтом Брайля. Экзаменационные материалы аналогичны материалам, маркированным литерой «А», но в текстах заданий сведены к минимуму визуальные образы.

3. Экзаменационные материалы, маркированные литерой «К» (200-е номера вариантов) – для участников ГВЭ-9 с задержкой психического развития, обучающихся по адаптированным основным общеобразовательным программам.

Задания ГВЭ-9 (письменная форма) построены с учётом в том числе следующих предметных результатов освоения основной образовательной программы основного общего образования:

«15) для слепых и слабовидящих обучающихся:

- владение правилами записи математических формул и специальных знаков рельефно-точечной системы обозначений Л. Брайля;
- владение тактильно-осязательным способом обследования и восприятия рельефных изображений предметов, контурных изображений геометрических фигур и т.п.;
- умение читать рельефные графики элементарных функций на координатной плоскости, применять специальные приспособления для рельефного черчения».

Описание экзаменационной работы, маркированной литерой «А» (100-е номера вариантов) или литерой «С» (300-е номера вариантов)

4. Структура и содержание экзаменационной работы

Каждый вариант экзаменационной работы содержит 12 заданий, из которых 10 заданий – с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр, и 2 задания – с развёрнутым ответом.

Задания 1–10 с кратким ответом группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, геометрия.

Задания 11 и 12 с развёрнутым ответом проверяют освоение математики на повышенном уровне.

В экзаменационной работе ГВЭ-9 контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика*. 5–6 классы;
2. *Алгебра*. 7–9 классы;
3. *Геометрия*. 7–9 классы;
4. *Вероятность и статистика*. 7–9 классы.

В таблице 1 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

Таблица 1. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики

Содержательные блоки по темам курса	Количество заданий
Алгебра, вероятность и статистика	8
Геометрия	4
Итого	12

5. Распределение заданий экзаменационной работы по уровням сложности

В экзаменационной работе представлены задания базового и повышенного уровней сложности.

К заданиям базового уровня относится 10 заданий с кратким ответом. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях. К заданиям повышенного уровня относится 2 задания. Эти задания направлены на проверку освоения математики на повышенном уровне сложности.

В таблице 2 представлено распределение заданий по уровням сложности.

Таблица 2. Распределение заданий по уровням сложности

Уровень сложности заданий	Количество заданий	Максимальный балл	Процент максимального балла за задания данного уровня сложности от максимального балла за всю работу, равного 14
Базовый	10	10	71
Повышенный	2	4	29
Итого	12	14	100

6. Продолжительность экзаменационной работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 3 часа 55 минут (235 минут).

7. Дополнительные материалы и оборудование

Перечень дополнительных материалов и оборудования, использование которых разрешено при проведении ГВЭ-9, утверждается приказом Минпросвещения России и Рособрнадзора.

Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий ГВЭ-9 в письменной форме разрешается пользоваться линейкой.

8. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом.

Выполнение каждого из заданий 11 и 12 оценивается экспертами 2 первичными баллами, если обоснованно получен верный ответ; 1 первичным баллом, если верно построена математическая модель и получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки или в доказательстве математического утверждения содержатся неточности; 0 баллов в других случаях. К заданию прилагается подробная инструкция (критерии оценивания) для экспертов, в которой указывается, за что выставляется каждый балл – от нуля до максимального первичного балла.

В экзаменационном варианте каждому типу задания предшествует инструкция, в которой приведены общие требования к оформлению ответов.

Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы – 14.

Перевод первичных баллов, полученных участником экзамена за выполнение всех заданий экзаменационной работы, в пятибалльную систему оценки осуществляется с учётом приведённой ниже шкалы перевода.

Шкала перевода первичных баллов в пятибалльную отметку

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Диапазон первичных баллов	0–3	4–6	7–9	10–14

9. Изменения в экзаменационных материалах 2023 года по сравнению с 2022 годом

Изменения структуры и содержания экзаменационных материалов отсутствуют.

Приложение

**Обобщённый план варианта экзаменационных материалов
ГВЭ-9 (письменная форма) 2023 года по МАТЕМАТИКЕ
с маркировкой литерой «А» (100-е номера вариантов)
или «С» (300-е номера вариантов)**

Уровни сложности задания: Б – базовый; П – повышенный.

№ задания	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	1
2	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
3	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Б	1
4	Уметь строить и читать графики функций	Б	1
5	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
8	Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	1
9	Уметь решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	Б	1

№ задания	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Уровень сложности	Максимальный балл за выполнение задания
10	Уметь решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуацией с использованием аппарата вероятности и статистики	Б	1
11	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений; решать уравнения, неравенства и их системы; строить и читать графики функций; строить и исследовать простейшие математические модели	П	2
12	Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	П	2

Всего заданий – **12**;
из них по типу заданий: с кратким ответом – **10**; с развёрнутым ответом – **2**;
по уровню сложности: Б – **10**; П – **2**.
Максимальный первичный балл за работу – **14**.
Общее время выполнения работы – **3 часа 55 минут (235 минут)**.

**Описание экзаменационной работы,
маркированной литерой «К» (200-е номера вариантов)**

4. Структура и содержание экзаменационной работы

Каждый вариант экзаменационной работы, маркированный литерой «К», содержит 10 заданий с кратким ответом, в которых необходимо записать ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр.

Задания группируются исходя из тематической принадлежности заданий: алгебра, геометрия.

В экзаменационной работе ГВЭ-9 контролируются элементы содержания из следующих курсов математики:

1. *Математика*. 5–6 классы;
2. *Алгебра*. 7–9 классы;
3. *Геометрия*. 7–9 классы;
4. *Вероятность и статистика*. 7–9 классы.

В таблице 3 приведено распределение заданий по основным содержательным разделам.

Таблица 3. Распределение заданий по основным содержательным разделам (темам) курса математики

Содержательные блоки по темам курса	Количество заданий
Алгебра, вероятность и статистика	7
Геометрия	3
Итого	10

5. Распределение заданий экзаменационной работы по уровням сложности

В экзаменационной работе представлены задания базового уровня сложности. Эти задания направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

6. Продолжительность экзаменационной работы

На выполнение экзаменационной работы по математике предоставляется 3 часа 55 минут (235 минут).

7. Дополнительные материалы и оборудование

Перечень средств обучения и воспитания, использование которых разрешено при проведении ГВЭ-9, утверждается приказом Минпросвещения России и Рособнадзора.

Необходимые справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий ГВЭ-9 в письменной форме разрешается пользоваться линейкой.

8. Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом

Каждое из заданий 1–10 с кратким ответом считается выполненным, если записанный ответ совпадает с верным ответом.

Максимальный первичный балл за выполнение экзаменационной работы – 10.

Перевод первичных баллов, полученных участником экзамена за выполнение всех заданий экзаменационной работы, в пятибалльную систему оценки осуществляется с учётом приведённой ниже шкалы перевода.

Шкала перевода первичных баллов в пятибалльную отметку

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Диапазон первичных баллов	0–2	3–5	6–8	9–10

9. Изменения в экзаменационных материалах 2023 года по сравнению с 2022 годом

Изменения структуры и содержания экзаменационных материалов отсутствуют.

Приложение

**Обобщённый план варианта экзаменационных материалов
ГВЭ-9 (письменная форма) 2023 года по МАТЕМАТИКЕ
с маркировкой литерой «К» – (200-е номера вариантов)**

Уровень сложности задания: Б – базовый

№ задания	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Уровень сложности	Максимальный первичный балл
1	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	1
2	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
3	Уметь выполнять преобразования алгебраических выражений	Б	1
4	Уметь строить и читать графики функций	Б	1
5	Уметь решать уравнения, неравенства и их системы	Б	1
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
7	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	Б	1
8	Уметь проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений, распознавать ошибочные заключения	Б	1
9	Уметь решать несложные практические расчётные задачи; решать задачи, связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах; интерпретировать результаты решения задач с учётом ограничений, связанных с реальными свойствами рассматриваемых объектов	Б	1

№ задания	Основные проверяемые требования к математической подготовке	Уровень сложности	Максимальный первичный балл
10	Уметь решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов; сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальных ситуаций с использованием аппарата вероятности и статистики	Б	1
<p>Всего заданий – 10; из них по типу заданий: с кратким ответом – 10; по уровню сложности: Б – 10. Максимальный первичный балл за работу – 10. Общее время выполнения работы – 3 часа 55 минут (235 минут).</p>			

**Пояснения к образцам экзаменационных материалов
ГВЭ-9 (письменная форма)
по МАТЕМАТИКЕ**

При ознакомлении с образцами экзаменационных материалов ГВЭ-9 (письменная форма) следует иметь в виду, что в образце представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.

Назначение каждого образца экзаменационного материала заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ГВЭ составить представление о структуре будущих вариантов экзаменационных материалов, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ГВЭ-9 по математике в 2023 г.

**Образец экзаменационного материала
ГВЭ-9 (письменная форма) 2023 года по МАТЕМАТИКЕ
(маркировка литерой «А» – 100-е номера вариантов)**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из 12 заданий, из которых 10 заданий – базового уровня сложности с кратким ответом и 2 задания – повышенного уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

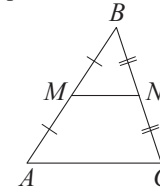
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

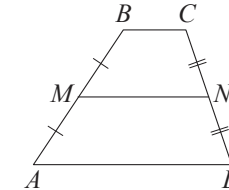
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

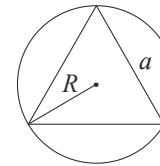


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

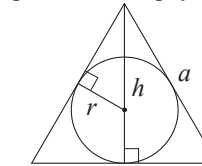


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

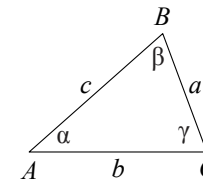
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



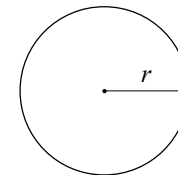
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

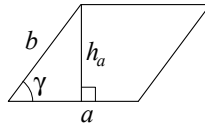


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

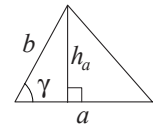
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

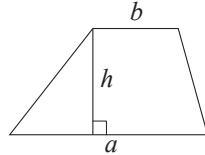
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

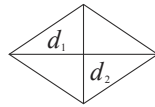
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

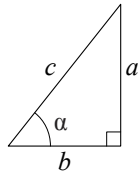
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $\frac{5}{3} \cdot \frac{9}{2}$.

Ответ: _____.

2 Решите уравнение $5x^2 - 9x + 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

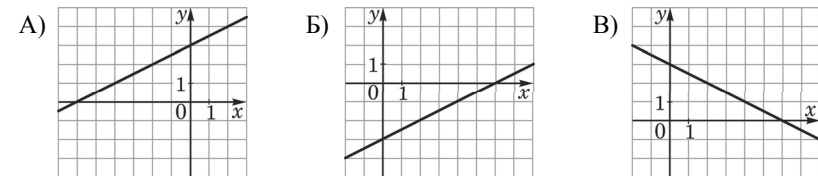
Ответ: _____.

3 Найдите значение выражения $\frac{1}{3x} - \frac{3x+5y}{15xy}$ при $x = \sqrt{45}$, $y = \frac{1}{2}$.

Ответ: _____.

4 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1) $y = \frac{1}{2}x + 3$ 2) $y = -\frac{1}{2}x + 3$ 3) $y = \frac{1}{2}x - 3$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(маркировка литерой «А» – 100-е номера вариантов)**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Верное выполнение каждого задания оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	7,5
2	1
3	–0,4
4	132
5	3
6	12
7	23
8	23
9	240
10	0,72

Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12

Количество баллов, выставяемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставяется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

- 11** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{280}{v-4} + \frac{280}{v+4} = 24;$$

$$280v + 1120 + 280v - 1120 = 24v^2 - 384;$$

$$3v^2 - 70v - 48 = 0,$$

откуда $v = 24$.

Ответ: 24 км/ч.

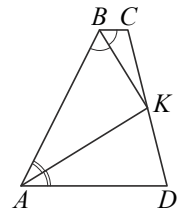
Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

- 12** Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на боковой стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .

Доказательство.

Точка K лежит на биссектрисе угла ABC , поэтому эта точка равноудалена от прямых AB и BC . Аналогично точка K равноудалена от прямых AB и AD .

Значит, точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .



Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

**Образец экзаменационного варианта
ГВЭ-9 (письменная форма) 2023 года по МАТЕМАТИКЕ
(с маркировкой литерой «К» – 200-е номера вариантов)**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из 10 заданий базового уровня сложности с кратким ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в поля ответов в работе, а затем перенесите в бланк ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

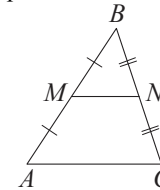
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

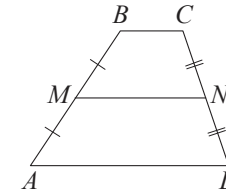
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

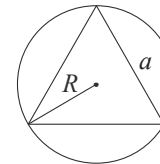


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

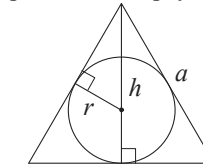


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

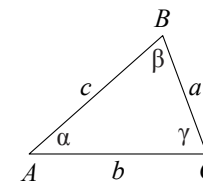
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



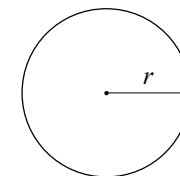
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

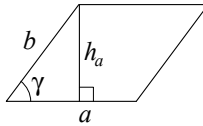


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

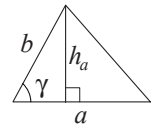
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

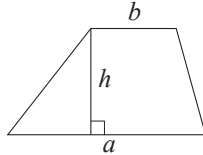
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

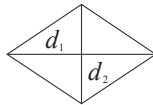
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

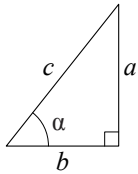
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Ответами к заданиям 1–10 являются целое число, конечная десятичная дробь или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, затем перенесите в БЛАНК ОТВЕТОВ справа от номера соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.

1 Найдите значение выражения $3 \cdot 1,9 + 0,3$.

Ответ: _____.

2 Найдите корень уравнения $x + 7 = -x$.

Ответ: _____.

3 Найдите значение выражения $(2+c)^2 - c(c-4)$ при $c = -\frac{1}{8}$.

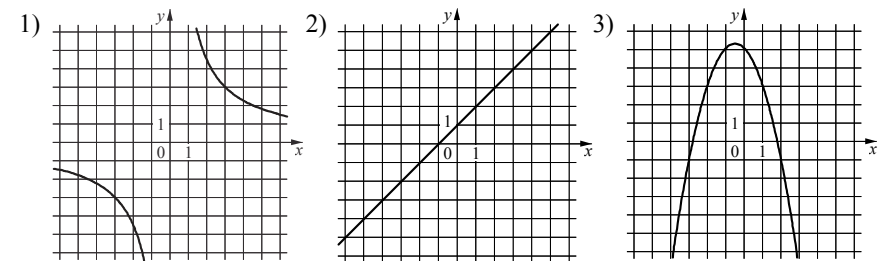
Ответ: _____.

4 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = -x^2 - x + 5$ Б) $y = x + 1$ В) $y = \frac{9}{x}$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(маркировка литерой «К» – 200-е номера вариантов)**

Каждое из заданий 1–10 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Верное выполнение каждого задания оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	6
2	–3,5
3	3
4	321
5	2
6	3
7	32
8	23
9	805
10	0,25

**Образец экзаменационного материала
ГВЭ-9 (письменная форма) 2023 года по МАТЕМАТИКЕ
(маркировка литерой «С» – 300-е номера вариантов)**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из 12 заданий, из которых 10 заданий – базового уровня сложности с кратким ответом и 2 задания – повышенного уровня сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланке ответов. Для этого в бланке ответов запишите номера всех заданий в столбец следующим образом:

- 1)
- 2)
- 3)
- ...
- 9)
- 10)

Ответы к заданиям 1–10 запишите в бланк ответов справа от номеров соответствующих заданий. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

При выполнении заданий 11 и 12 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

Бланк ответов заполняется яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

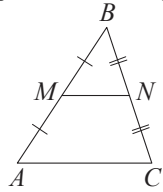
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

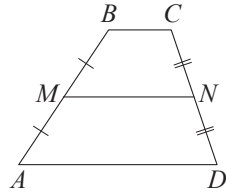
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

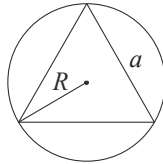


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

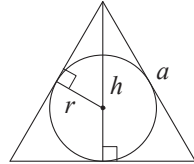


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

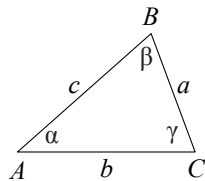
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



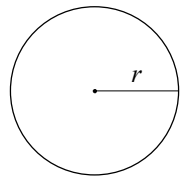
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

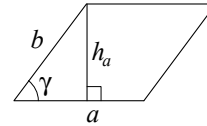


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

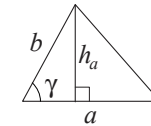
Площади фигур

Параллелограмм



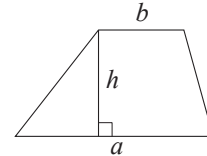
$S = ah_a$
 $S = ab \sin \gamma$

Треугольник



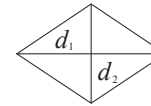
$S = \frac{1}{2} ah_a$
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Трапеция



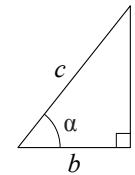
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

- 10** Родительский комитет для подарков детям в связи с окончанием учебного года 25 пазлов, из них 18 – с машинами и 7 – с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 11 и 12 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ. Запишите сначала номер выполняемого задания (11 или 12), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 11** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.
- 12** Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на боковой стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .

Система оценивания экзаменационной работы по математике (маркировка литерой «С» – 300-е номера вариантов)

Каждое из заданий 1–10 считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа, конечной десятичной дроби или последовательности цифр. Верное выполнение каждого задания оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	7,5
2	1
3	–0,4
4	132
5	3
6	12
7	23
8	23
9	240
10	0,72

Решения и критерии оценивания заданий 11 и 12

Количество баллов, выставяемых за выполнение заданий 11 и 12, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, в частности все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

В критериях оценивания конкретных заданий содержатся общие требования к выставлению баллов.

При выполнении задания можно использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ основного общего образования.

- 11** Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 280 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 15 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 39 часов после отплытия из него.

Решение.

Пусть собственная скорость теплохода равна v км/ч. Получаем уравнение:

$$\frac{280}{v-4} + \frac{280}{v+4} = 24;$$

$$280v + 1120 + 280v - 1120 = 24v^2 - 384;$$

$$3v^2 - 70v - 48 = 0,$$

откуда $v = 24$.

Ответ: 24 км/ч.

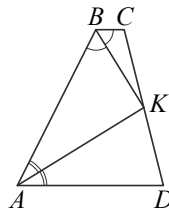
Содержание критерия	Баллы
Ход решения задачи верный, получен верный ответ	2
Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

- 12** Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на боковой стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .

Доказательство.

Точка K лежит на биссектрисе угла ABC , поэтому эта точка равноудалена от прямых AB и BC . Аналогично точка K равноудалена от прямых AB и AD .

Значит, точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .



Содержание критерия	Баллы
Доказательство верное, все шаги обоснованы	2
Доказательство в целом верное, но содержит неточности	1
Доказательство не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2